Πέντε Θεολογικά ερωτήματα και αντίστοιχες προσπάθειες απάντησης με μαθηματικά εργαλεία.

Ιωάννης Π. Πλατάρος , μετ.φοιτητής στο Παν. Αθηνών στο Μ.Π.Σ. «Διδακτική & Μεθοδολογία των Μαθηματικών»
Δ/ση: Καπετάν Κρόμπα 37 , Τ.Κ. 24 200 Μεσσήνη .

ΠΕΡΙΛΗΨΗ: *Σε όλες τις θρησκείες ο Θεός είναι άπειρος. Η κατανόησή του, αν είναι εφικτή, περνά μέσα από την κατανόηση του απείρου. Η διαισθητική προσέγγιση της έννοιας του απείρου , ιστορικά οδήγησε σε λάθη παρανοήσεις , παράξοζα και γόνιμες αντιπαραθέσεις. Σήμερα τα μαθηματικά έχουν διεισδύσει στην έννοια του άπειρου πάρα πολύ και μπορεί εξ αυτού να εμπλουτισθεί και ο φιλοσοφικός και ο Θεολογικός στοχασμός. Επίσης η μαθηματική Λογική έχει άρει πλέον κάποια παράδοξά της. Με τέτοια εφόδια , μπορούμε να προσεγγίσουμε ερωτήματα όπως τα παρακάτω: Μπορεί ο Θεός που είναι άπειρη οντότητα να κατασκευάσει άλλες άπειρες οντότητες; Αφού είναι παντοδύναμος , μπορεί να κατασκευάσει μια πέτρα που να μην μπορεί να σηκώσει; Η έννοια «Θεάνθρωπος» που αποδίδεται στον Ιησού μήπως είναι αντιφατική; Μπορούσε άραγε ο Θεός να φτιάξει έναν καλύτερο κόσμο απ' αυτόν με τους πολέμους την πείνα και την αδικία που έφτιαξε;(Απ. : `Οχι σύμφωνα με τον Leibniz !) Η πίστη στον Θεό από έναν άνθρωπο και η ταυτόχρονη παραβατικότητά του μέσω αμαρτιών μήπως συνιστά το άρον άωτον της ανθρώπινης ανοησίας; Αυτά τα ερωτήματα διερευνά η παρούσα εργασία στα οποία προσπαθεί είτε δώσει απαντήσεις είτε να διευρύνει το πεδίο αναφοράς τους.*

Παραθέτουμε τα ερωτήματα που θα μας απασχολήσουν:

ΕΡΩΤΗΜΑ 1. **Ο Θεός ως άπειρη οντότητα , μπορεί να είναι κατασκευαστής άπειρης οντότητας;**

Απάντηση:

Οι στοχαστές του Μεσαίωνα ήταν ιδιαίτερα επιφυλακτικοί στο ανωτέρω ερώτημα , αφού η έννοια του απείρου εκείνη την εποχή ήταν ακόμα περιορισμένη. Δεν είχε γίνει κατανοητό ότι υπάρχουν άπειρες οντότητες οι οποίες περιέχουν άλλες, «απείρως άπειρες», οντότητες!

Για παράδειγμα σήμερα ξέρουμε ότι οι πραγματικοί αριθμοί περιέχονται στο διάστημα (0,1) είναι περισσότεροι[1] από όσους περιέχει το σύνολο των φυσικών $\mathbb{N}$.Κι όχι μόνο περισσότεροι από όσους έχει το $\mathbb{N}$, αλλά περισσότεροι κι από το σύνολο των φυσικών $\mathbb{Z}$, περισσότεροι κι απ' όσους έχει το σύνολο των ρητών $\mathbb{Q}$[2] ,

[1] «Περισσότεροι» υπό την έννοια ότι **δεν** είναι «αριθμήσιμοι» δηλ**. δεν** δύνανται να αντιστοιχηθούν μέσω μιας «1-1 και επί» αντιστοίχισης με το σύνολο των φυσικών N. Αν υποθέσουμε ότι αυτό είναι εφικτό και όλοι οι αριθμοί του (0, 1) έχουν αντιστοιχηθεί στο N , τότε σύμφωνα με το περίφημο «διαγώνιο επιχείρημα» του Cantor μπορούμε να βρούμε στοιχείο του (0,1) , που «να περισσεύει» και να μην έχει αντιστοιχηθεί , όπερ…άτοπο !

[2] Εδώ αξίζει να σκεφθούμε ότι το $\mathbb{Q}$ χαρακτηρίζεται από την Ανάλυση ως «πυκνό» , δηλαδή μεταξύ δύο οσοδήποτε γειτονικών ρητών, πάντα υπάρχει κι ένας τρίτος!

περισσότεροι κι από τους αλγεβρικούς αριθμούς[3] Α , περισσότερους ακόμα κι από το πλήθος των στοιχείων του A^{κ} , όπου κ οποιοσδήποτε φυσικός!

Αν έχομε όρεξη να κατασκευάσουμε ένα ακόμη μεγαλύτερο σύνολο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντυπωσιακή πρόταση που λέει ότι «Αριθμήσιμη[4] ένωση αριθμησίμων συνόλων, μας δίνει αριθμήσιμο σύνολο»

Για παράδειγμα, αν ορίσω ως $A_n = \{x_n : x \in A, n \in A,\ \textit{όπου } A \textit{ το σύνολο των Αλγεβρικών}\}$ αυτό είναι ένα αριθμήσιμο απειροσύνολο. Σύμφωνα με την προηγούμενη πρόταση , τότε και το σύνολο $\overset{1}{\mathrm{A}} = \bigcup_{i \in A} \mathrm{A}_i$ είναι ένα απίστευτα μεγάλο , πλην αριθμήσιμο συνολο. Με επαγωγικό τρόπο μπορούμε να ορίσουμε ακόμα πιο μεγάλα αριθμήσιμα σύνολα , λ.χ.

$$\overset{n}{\mathrm{A}} = \bigcup_{i \in A} \overset{n-1}{A_i} \quad \forall n \in \mathbb{N}. \ (1)$$

Και βέβαια αυτό μπορεί να συνεχιστεί ….άπειρες φορές, αλλά θα δίνει πάντα αριθμήσιμα σύνολα. Σκεφθείτε το μέγεθος του αριθμήσιμου συνόλου που προκύπτει από μια μικρή τροποποίηση της (1) , αν όπου Α , θέσω $\overset{n-1}{A}$ (φανταστείτε το!). Μόνο που κι αυτό το απιστεύτως μεγάλο σύνολο θα είναι αριθμήσιμο. Και φυσικά η κατασκευή αυτή δεν σταματά εδώ!

Τώρα ήλθε η στιγμή να αλλάξουμε ποιότητα…..απείρου! ‘Ετσι:

Αν θεωρήσουμε το ελαχίστου μέτρου υποσύνολο του (0,1) , λ.χ. το διάστημα $X=(0, 10^{-100.000.000.000.000})$ με $\mu(X)=10^{-100.000.000.000.000}$ θα εξακολουθήσει να έχει ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ[5] στοιχεία από το…. $\overset{n}{A}\ (\forall n \in \mathbb{N})$, ακόμα και από το $(\overset{n}{A})^k \ \ \forall n,k \in \mathbb{N}$. Αλλά $\mu((\overset{n}{A})^k)=0$ (ως προς το σύνηθες μέτρο μ).

Εδώ μπορεί εύκολα να γίνει η ενορατική σκέψη, πως η ειδοποιός ποιοτική διαφορά μεταξύ αριθμήσιμου και υπεραριθμήσιμου απείρου είναι το μέτρο μηδέν ή μέτρο μεγαλύτερο του μηδενός. `Ομως τα πράγματα δεν είναι έτσι! Το περίφημο «σύνολο του Cantor[6]» παρ’ ότι έχει μέτρο ίσο με 0 , εν τούτοις είναι υπεραριθμήσιμο και έτσι κι αυτό περιέχει ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ στοιχεία από το σύνολο $(\overset{n}{A})^k \ \ \forall n,k \in \mathbb{N}$.

---

[3] Τους αλγεβρικούς αριθμούς Α , μπορούμε να τους φανταστούμε ως το $\mathbb{Q}$, αν του προσαρτήσουμε ακόμη και όλες τις τετραγωνικές ρίζες ρητών, χρησιμοποιώντας τις 4 γνωστές πράξεις, ακόμα και την ύψωση σε δύναμη , αλλ’ όμως δύναμη με **ρητό** εκθέτη .

[4] Παραθέτουμε τον ορισμό του Αρισθμησίμου συνόλου: **Ένα σύνολο λέγεται αριθμήσιμο, όταν δύναται να τεθεί σε αντιστοιχία «1-1 και επί» με υποσύνολο του Ν ή το ίδιο το Ν.** Σύμφωνα με αυτόν , όλα τα πεπερασμένα είναι αριθμήσιμα και από τα άπειρα μια μεγάλη κατηγορία που είναι και υπερσύνολα του Ν, όπως λ.χ. το

[5] «ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ» πάντα με την μαθηματική έννοια ότι **πλέον δεν είναι αριθμήσιμο .** Διότι και το $\mathbb{Z}$ έχει «διπλάσια» στοιχεία από το $\mathbb{N}$, όμως και τα δύο είναι αριθμήσιμα άρα έχουν «ίσο» αριθμό στοιχείων .

[6] Το σύνολο του Cantor ορίζεται ως εξής: Θεωρούμε το σύνολο [0,1] . Το χωρίζουμε σε τρία μέρη ίσου μέτρου ως εξής: [0, 1/3] , [1/3, 2/3] , [2/3,1] Κρατάμε τα δύο ακραία και πετάμε το μεσαίο. Σε κάθε ένα από τα δύο που έχουμε, επαναλαμβάνουμε την προηγούμενη διαδικασία: Δηλ. Τα χωρίζουμε σε τρία ίσα μέρη, πετάμε το μεσαίο και κρατάμε τα δύο ακραία. Αυτή την διαδικασία θεωρούμε ότι την εκτελούμε επ’ άπειρον. Το προκύπτον σύνολο , είναι το περίφημο «σύνολο του Cantor» το οποίο έχει σπουδαίες ιδιότητες, μία των οποίων είναι , ότι παρ’ ότι έχει μέτρο 0 , είναι υπεραριθμήσιμο!.

Περισσότερο ενδιαφέρον, αλλά και παραστατικότητα , παρουσιάζει το μαθηματικό γεγονός, ότι αν τμήσουμε το διάστημα (0,1) με μια ευθεία, η πιθανότητα να το τμήσουμε σε αλγεβρικό αριθμό, είναι …μηδέν!

Από την άλλη, το σύνολο των συναρτήσεων f : $(0,1) \longrightarrow \{0,1\}$ έχει περισσότερα στοιχεία από το (0,1) και μεταπηδούμε σε ακόμα ανώτερη τάξη απείρου! Κι αυτό βέβαια δεν σταματά μόνον εδώ!……

Επανερχόμενοι λοιπόν στο αρχικό ερώτημα , διαπιστώνομε με ότι υπάρχουν οντότητες άπειρες που περιέχουν άλλες «απείρως άπειρες» οντότητες. Συνεπώς , είναι δυνατόν μια άπειρη οντότητα όπως ο Θεός είναι δυνατόν να παράξει άπειρο αριθμό άπειρων οντοτήτων. Βεβαίως όλα αυτά με την προϋπόθεση ότι οι μαθηματικές οντότητες «όντως υπάρχουν» στον πραγματικό κόσμο και όχι σε κάποιον αφηρημένο ιδεατό μαθηματικό κόσμο ως ιδεατά μαθηματικά αντικείμενα. Με αυτή την θεώρηση η απάντηση στο ερώτημα, βεβαίως δεν είναι κλειστή και το περίφημο θεολογικό ερώτημα του Μεσαίωνα περί του «Πόσοι `Αγγελοι είναι δυνατόν να χορέψουν στο κεφάλι μιας καρφίτσας» θα μένει ακόμα ανοικτό σε θεωρήσεις και απαντήσεις.

ΕΡΩΤΗΜΑ 2. **Ο Θεός ως Παντοδύναμος , δύναται να κατασκευάσει μια πέτρα που να μην μπορεί να την …σηκώσει**;

Απάντηση:

Η δήθεν απάντηση λέει ότι «αν μεν δεν μπορεί , τότε δεν είναι Παντοδύναμος» επίσης «αν μπορεί, τότε δεν θα μπορεί να σηκώσει την πέτρα, οπότε πάλι δεν είναι Παντοδύναμος!»

Η θεώρηση βεβαίως υπόκειται στην απλή Αριστοτέλεια λογική. Το συγκεκριμένο ερώτημα, απλώς…δεν έχει νόημα! , Στην ουσία ισοδυναμεί με το ερώτημα «αν είναι δυνατόν ο Θεός που είναι Παντοδύναμος , να μην είναι …Παντοδύναμος!» . Πρόκειται για αντίφαση. Σύμφωνα με την «αρχή της αποκλίσεως μέσου ή τρίτου» που κατά κόρον χρησιμοποιούμε στα μαθηματικά , για κάθε πρόταση P , (ή P αληθής ή ~P αληθής). Επομένως το αγαπημένο αυτό ερώτημα των μαθητών προς τους θεολόγους καθηγητές τους, απλώς , δεν είναι κανονικό –λογικό ερώτημα!……

Το ενδιαφέρον της παραπάνω ερωτήσεως είναι το μη προφανές του μη νοήματός της! Αυτό μάλλον συμβαίνει διότι ο λογισμός με το άπειρο , ακόμα και σε στοιχειώδες επίπεδο δίνει συχνά αποτελέσματα μη ευκόλως αποδεκτά –κατανοητά από την ανθρώπινη συνείδηση που έχει μάθει να λογίζεται με πεπερασμένες οντότητες.

Ενδιαφέρουσα είναι και μια προσπάθεια απάντησης και του δικού μου θεολόγου πριν δεκαετίες , όπου προφανώς μη αντιλαμβανόμενος το αντιφατικόν του ερωτήματος, μου έδωσε την εξής μεταφυσική απάντηση: «Ο Θεός δεν υπακούει στο δίπολο «λογικό-παράλογο» αφού είναι «Υπέρλογος!»

ΕΡΩΤΗΜΑ 3. **Υπό ποία έννοια ο Ιησούς ήταν «Θεάνθρωπος;»**

Απάντηση:

Φυσικά πρόκειται για «δόγμα» της Χριστιανικής θρησκείας. Την έννοια «δόγμα» ένας μαθηματικός την κατανοεί ως μια πρόταση της οποίας την αλήθεια την δεχόμαστε . Αυτό μοιάζει με την έννοια «αξίωμα» με την διαφορά ότι το αξίωμα είναι προφανές και βέβαια με βάση αυτό (στα πλαίσια μιας θεωρίας) δεν μπορεί να παραχθεί αντίφαση. Υπάρχει όμως αντίφαση στην έννοια «Θεάνθρωπος;» Ας το δούμε:

Ο Χριστός ως Θεός έχει άπειρες δυνατότητες. Ως άνθρωπος έχει πεπερασμένες . Σύμφωνα λοιπόν με την αρχή «άπειρο +πεπερασμένο=άπειρο» θα μπορούσαμε να πούμε αντιστοίχως , ότι «Θεός+άνθρωπος=Θεός» Συνεπώς η ανθρώπινη συμπεριφορά του Ιησού είναι απολύτως αντιφατική. Εκτός αν δεχθούμε ότι άλλες χρονικές περιόδους

ήταν Θεός και άλλες άνθρωπος. Αυτό ένας θεολόγος –ίσως- δεν το δέχεται, αφού ο Θεός είναι «πέραν του χρόνου» και «υπέρ τον χρόνο» . Και σίγουρα αποτελεί δόγμα, πλην όμως η διαφαινόμενη αντίφαση πρέπει να απαντηθεί περισσότερο πειστικά.

Βεβαίως κι από την μυθολογική μας αρχαιότητα υπήρχε η έννοια του «ημιθέου» πλην όμως αυτή ήταν μη αντιφατική, αρκετά σαφώς ορισμένη και –το κυριότερο- οι τότε «Θεοί» είχαν μεν τεράστιες δυνατότητες, όχι όμως και άπειρες !….

ΕΡΩΤΗΜΑ 4 . **Ο κόσμος μας , με όλα τα στραβά του και τα ανάποδά του (πόλεμοι, εγκλήματα, φτώχια, αδικία κ.τ.λ.) είναι ο καλύτερος δυνατός κόσμος που θα μπορούσε να κατασκευάσει ο Θεός;**

Απάντηση: Και η διατύπωση και η απάντηση στο παραπάνω ερώτημα ανήκει στον μεγάλο φιλόσοφο και εκ των θεμελιωτών του απειροστικού λογισμού Leibniz. Το εξαιρετικά εντυπωσιακό είναι ότι ο Leibniz απαντά «ναι» και το αποδεικνύει! το είδος του αποδεικτικού συλλογισμού που χρησιμοποιεί λέγεται «τρίλημμα» αφού στηρίζεται σε τρεις προτασιακές συνιστώσες[7].

Σύμφωνα με τον Leibniz:

«Αν ο κόσμος μας δεν είναι άριστος, ο Θεός που τον δημιούργησε ή δεν ήξερα ή δεν ήθελε ή δεν μπορούσε να τον κάνει άριστο.

Αλλά ο Θεός ως Πάνσοφος ήξερε, ως Πανάγαθος ήθελε και ως Παντοδύναμος μπορούσε να τον κάνει άριστο.

`Αρα: Ο κόσμος μας είναι άριστος!»

Η παραπάνω απόδειξη του Leibniz λογικά είναι υποδειγματικά άψογη . Το συμπέρασμα όμως –εμπειρικά- μοιάζει «αντιφατικό» .γιατί αυτό; Μήπως επειδή χρησιμοποιεί ιδιότητες του Θεού που εμπεριέχουν το άπειρο; Πράγματι :

«Πανάγαθος» , δηλ έχει άπειρο βαθμό αγαθότητας . «Πάνσοφος» : `Εχει άπειρο βαθμό σοφίας και γνώσης . «Παντοδύναμος» : `Εχει απεριόριστες δυνατότητες. Αν σκεφθούμε ότι ιστορικά ο άνθρωπος έκανε αρκετά λάθη στην προσπάθειά του να εξηγήσει το άπειρο , προφανώς λόγω του πεπερασμένου της ανθρώπινης φύσεώς του, μπορούμε να πούμε –και εδώ-ότι η διαφαινόμενη «αντίφαση» του συμπεράσματος του Leibniz , δεν αποτελεί αντίφαση μεταξύ συμπεράσματος και πραγματικότητας, αλλά αντίφαση μεταξύ συμπεράσματος ιδεατής ,υποκειμενικής, δεοντολογικής και περατοκρατικής τρόπον τινά αντίληψης που συνήθως έχουν οι άνθρωποι για τον κόσμο. Η λογική λέει ότι η έννοια «καλό» δεν είναι ούτε αυθύπαρκτη , απομονωμένη , ούτε αυτοοριζόμενη, αλλά υπάρχει και κατανοείται μόνο ως δίπολο με την έννοια «κακό». Και αυτό βεβαίως πέραν από την εξαιρετικώς αμφίβολη υποκειμενική εκτίμηση του τι είναι «καλό» ή «κακό» Επίσης ιστορικά είχαμε πολλά προβλήματα στην πορεία κατανοήσεως ιδιοτήτων του απείρου, πόσο μάλλον αυτού του ιδίου. Ο ίδιος ο Leibnitz είχε υποστεί μεγάλη κριτική από τον Επίσκοπο του Berkeley σχετικά με τα απειροστά που είχε εισάγει τότε, στις απαρχές του απειροστικού λογισμού , όπου άλλοτε θεωρούσε το dx ως μηδέν και το απάλειφε , ενώ παρακάτω διαιρούσε με το dx υποθέτοντας το διάφορο του μηδενός![8] Συνεπώς ο λογισμός με το άπειρο, δεν παράγει πάντοτε αποτελέσματα αμέσως αποδεκτά από την ανθρώπινη νόηση. Οι δύσκολες έννοιες του απείρου και του απειροστού δεν γίνονται αμέσως κατανοητές από την ανθρώπινη διαίσθηση. Το πιστοποιεί η λίαν ενδιαφέρουσα και πολύ μακρά πορεία θεμελιώσεως του Απειροστικού Λογισμού , από τον Αρχιμήδη έως τον

---

[7] Βλέπε σελ. 162 «ΛΟΓΙΚΗ» Ευάγγελου Π. Παπανούτσου , εκδόσεις Δωδώνη , Αθήνα –Γιάννινα 1985.

[8] Βλέπε «Εισαγωγή στην Φιλοσοφία των Μαθηματικών» Διονυσίου Α. Αναπολιτάνου, εκδόσεις ΝΕΦΕΛΗ , Αθήνα 1985. σελ. 116

Waierstrass . Τα παράδοξα του Ζήνωνος , αλλά και τα μεταγενέστερα διάσημα παράδοξα του Russell , του Cantor , των Bourali-Forti περιέχουν πάντα την «περίεργη» έννοια του απείρου[9].

`Ενα πείραμα που φανερώνει το μη προφανές της κατανόησης των ιδιοτήτων του απείρου και το οποίο μπορεί να δοκιμάσει ο καθένας , είναι να θέσει σε φοιτητές μαθηματικών αλλά και μαθηματικούς το εξής ερώτημα:

«Αν προσθέσω άπειρους στο πλήθος θετικούς αριθμούς , τι αποτέλεσμα θα πάρω; `Απειρο ή πεπερασμένο;» ή το γεωμετρικό ισοδύναμο ερώτημα : «Αν θέσω άπειρα ευθύγραμμα τμήματα επ' ευθείας, τι θα προκύψει; Ευθ. τμήμα, ημιευθεία ή ευθεία;»

Και βέβαια το ότι από άπειρους θετικούς μπορεί να προκύψει και πεπερασμένο άθροισμα ή αντιστοίχως ότι άπειρα ευθύγραμμα τμήματα ενδεχομένως να παράγουν ευθύγραμμο τμήμα , αυτές θα είναι απαντήσεις με την μικρότερη συχνότητα, παρ' ότι αποτελεί κοινό τόπο και λίαν χρησιμοποιούμενο μαθηματικό αποτέλεσμα σε εκατοντάδες εφαρμογές το γεγονός ότι $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}=1$. Μπορεί μάλιστα το προηγούμενο αποτέλεσμα να διδάσκεται από την Β' Λυκείου , αλλά ο βαθμός αφομοίωσής του , είναι ελάχιστος. Κάθε μαθηματικός ,στον περίγυρό του ,μπορεί να το επαληθεύσει.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει και η προσπάθεια «λογικής ερμηνείας» του «παράδοξου»(«Παράδοξο» διαισθητικά βεβαίως , για το πώς άραγε είναι δυνατόν άπειρες θετικές οντότητες να έχουν πεπερασμένο άθροισμα)

«Χμ!…..» μου είπε ένας συνομιλητής μου: «Νομίζω ότι κατανοώ πλήρως το αποτέλεσμα! Αυτό εξηγείται από το γεγονός, ότι ναι μεν διαρκώς προστίθεται κάποια θετική ποσότητα, αλλά αυτή είναι διαρκώς μικρότερη, οπότε μετά από κάποιο αριθμό βημάτων εκφυλίζεται σε απειροστό , που δεν μπορεί να αυξήσει σε άπειρο το άθροισμα και το κρατάει σε πεπερασμένα επίπεδα!….»

Βεβαίως όταν του υπεδείχθη ότι $\sum_{n=2.000.000.000}^{\infty}\frac{1}{n}=\infty$, τότε ο ενθουσιασμός της «διαισθητικής κατανόησης» του προηγούμένου «παραδόξου» αντικαταστάθηκε από απορία και προβληματισμό…..

Ακόμη περισσότερο ενδιαφέρον επιστημολογικά και διδακτικά έχει το γεγονός ότι ο χωρισμός ενός ευθυγράμμου τμήματος σε άπειρα άλλα ευθύγραμμα τμήματα , είναι πολύ εύκολα αποδεκτός από την ανθρώπινη συνείδηση. Το αντίστροφο όμως γίνεται εξαιρετικά δύσκολα αποδεκτό , αφού τα άπειρα ευθύγραμμα τμήματα «πρέπει» να έχουν άθροισμα ή ημιευθεία ή ευθεία , δηλ. άπειρη οντότητα, αλλά ποτέ ευθ. τμήμα δηλ. πεπερασμένη οντότητα.

Κατά την γνώμη του γράφοντος , το προηγούμενο αποτελεί και τον πυρήνα των περίφημων παραδόξων του Ζήνωνα , αφού λ.χ. στο παράδοξο του βέλους που ποτέ δεν φθάνει στον στόχο του, είναι εξαιρετικά δύσκολο να γίνει αποδεκτό από την ανθρώπινη συνείδηση ότι άπειρες χρονικές περίοδοι ενδεχομένως να έχουν άθροισμα πεπερασμένη χρονική περίοδο.

Από τα προηγούμενα καθίσταται περισσότερο φανερή η δυσκολία κατανοήσεως σε βάθος της έννοιας του απείρου, η οποία ακολούθησε μακρά ιστορική περίοδο ξεκαθαρίσματος . Συνεπώς , αφού είναι δύσκολη η κατανόησή της σε βάθος ακόμα κι από μαθηματικούς, είναι προφανής και ο προβληματισμός του κατά πόσον είναι

---

[9] Τα διάσημα αυτά παράδοξα αλλά και άλλα περιέχονται στο βιβλίο της υποσημειώσεως (5) σελ. .200

δυνατόν αυτή η έννοια να γίνει εργαλείο χειρισμού σε ένα χώρο που επικρατούν δόγματα και εξ αποκαλύψεως αλήθειες. Αν μη τι άλλο όμως είναι προκλητική η χρήση των μαθηματικών συμπερασμάτων στο έλεγχο των δογμάτων από απόψεως φυσικής και λογικής υποστάσεως. Ως καίριο παράδειγμα έχουμε το παρακάτω τελευταίο ερώτημα και τον ενδιαφέροντα προβληματισμό του .

ΕΡΩΤΗΜΑ 5. **Ο Θεός υπόσχεται «αιώνια ζωή» αλλά και «αιώνια τιμωρία» σε όσους ανθρώπους δεν διάγουν ενάρετο και Χριστιανικό βίο στην παρούσα πεπερασμένη φάση της ζωής μας . Υπάρχει κάποιο παράδοξο σε αυτή την υπόσχεση του Θεού και ποίο;**

Απάντηση:

Αν πάρουμε την πεπερασμένη ζωή μας σε σχέση με την άπειρη «αιώνια ζωή» , έχουμε το αποτέλεσμα του 0%. Είναι αυτό που πολύ καλά γνωρίζουμε από τον απειροστικό λογισμό ότι $\frac{\pi\varepsilon\pi\varepsilon\rho\alpha\sigma\mu\acute{\varepsilon}\nu o}{\infty}=0$. Το προηγούμενο αποτέλεσμα είναι απόλυτο. `Οσο μεγάλη ζωή και να ζήσει ο άνθρωπος , ακόμα και δισεκατομμύρια έτη (που προφανώς είναι ανέφικτο ακόμα και για το απώτατο μέλλον) σε σχέση με την «αιώνια ζωή» (=άπειρα χρόνια) είναι ένα παγερό ολοστρόγγυλο μηδενικό! Ακόμα πιο παραστατικό είναι το να αντιληφθούμε , ότι η παρούσα φάση της πεπερασμένης ζωής μας , είναι ακριβώς μηδενικής διάρκειας, σε σχέση με την μεγάλη υπόσχεση του Θεού για αιώνια και μακάρια ζωή , με δεδομένη και την αθανασία της ψυχής.

Με δεδομένο το προηγούμενο, η παραβατικότητα («αμαρτίες») των ανθρώπων καθίσταται φαινόμενο «άπειρης βλακείας». Η προηγούμενη εντός εισαγωγικών φράση, δεν αποτελεί εδώ ένα σχήμα λόγου, αλλά μια κυριολεξία , αν μεταφραστούν οι συνέπειες της πραγματικότητας που όλοι βλέπουμε καθημερινά. Δηλαδή με άλλα λόγια, το ίδιο το γεγονός της διακύβευσης απώλειας της αιώνιας ζωής με την παραβατικότητα που εμφανίζουν οι πιστοί, οδηγεί στο νομοτελειακό συμπέρασμα της «άπειρης βλακείας» . Δεν πρέπει να μας εκπλήσσει ένα τέτοιο συμπέρασμα, αλλά αντιθέτως να μας εμβάλλει σε σοβαρό στοχασμό για το πώς είναι δυνατόν να διακινδυνεύει κάποιος πιστός την αιώνια ζωή κάνοντας αμαρτίες σε μια ζωή κατ’ ουσίαν μηδενικής διάρκειας. Διακινδυνεύεται - κατ’ επανάληψιν μάλιστα - η αιώνια ζωή (οι αμαρτίες είναι καθημερινότητα για όλους τους πιστούς) για το μηδέν; Διακινδυνεύεται η παραπομπή στο «πυρ το εξώτερον» αιωνίως και ανεπιστρεπτί (ως γνωστόν «Δεν υπάρχει μετάνοια μετά θάνατον») για παραβάσεις του ηθικού Χριστιανικού κώδικα από πιστούς σχεδόν καθημερινά και αυτό το γεγονός δεν συνιστά μια άκρως ακατανόητη συμπεριφορά ; Επομένως , αν από την μία μεριά τεθεί η ανθρώπινη συμπεριφορά κι από την άλλη η υπόσχεση του Θεού, βλέπουμε κάτι που είναι άκρως ακατανόητο . Τότε γιατί οι άνθρωποι ρέπουν προς την αμαρτία με τέτοια συχνότητα και μάλιστα οι πιστοί; Εδώ η ύπαρξη της διαβολικής οντότητας μπορεί να εξηγήσει την συμπεριφορά αυτή, από την άλλη όμως , καταρρακώνεται κάθε έννοια ελευθερίας αυτοβουλίας και αυτεξούσιου του ανθρωπίνου όντος . Μία «πονηρή» οντότητα παρεμβαίνει στην βούληση του ανθρώπου και τον ωθεί σε αμαρτίες; Περιποιεί τιμή στον άνθρωπο η φράση «δεν φταίω εγώ ο όφις με εξηπάτησε;» Ικανοποιείται η ανθρώπινη αξιοπρέπεια με την συχνή και διαρκή προσφυγή στην εξομολόγηση για απάλειψη των ανομιών; Από την άλλη η αληθινή πίστη προς τον Θεό δεν αποτελεί ικανή συνθήκη για την μη διάπραξη ανομιών – τουλάχιστον με μεγάλη συχνότητα- από μέρους των δηλούντων ανενδίαστως και απολύτως ότι είναι βέβαιοι για την ύπαρξη του ανωτάτου `Οντος; Δεν υπάρχει τεράστια αντίφαση στην καθημερινή συμπεριφορά των ανθρώπων;

Αλλά βέβαια ο προβληματισμός δεν μπορεί να εξαντληθεί στα προηγούμενα , μπορεί όμως να προαχθεί σε ανώτερο επίπεδο και με την χρήση των εργαλείων των Μαθηματικών και να προσεγγισθεί η αλήθεια υπό όποια έννοια υπάρχει κι αν βεβαίως υπάρχει………

SUMMARY:

In all the religions, the god is infinite. It's comprehension, if it is feasible, passes through the comprehension of the infinite. The instinctive accession of the meaning of the infinite, historically has leaded into faults, misapprehensions, paradoxes and fertile contradictions. Today Mathematiques have very much penetrated in the meaning of the infinite, and because of this the philosophical and theological reflection can be enhanced. Also the Mathematician logic has attempted some of its paradoxes. Having all these equipments we can access questions as the followings: Can the God create other infinite beings, being itself an infinite being? As long as it is omnipotent, can it construct a stone that it cannot lift? The meaning of "human God" that is given to the Christ, is it inconsistent? Could the God create a better world than the world of the wars, the fame and the injustice, that he it has created? (Not according to Leibniz). Does the faith of a man to the God and his simultaneous default through his signs make him the acme of the human absurdity? These questions are examined in the present work that tries to give answers or to enlarge the field of their reference.